Tentamen, Kvantfysikens principer, FK2003, 7,5hp

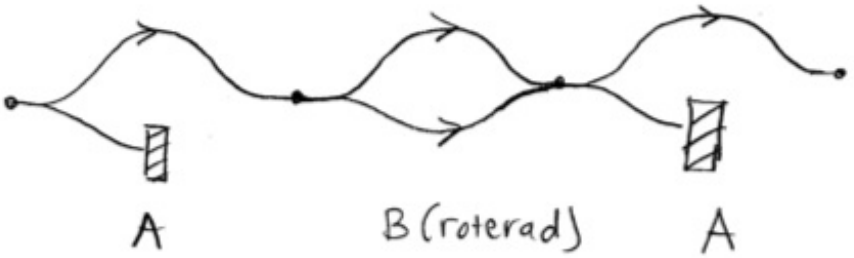
Tid: 9.00-15.00, lördag 7/6 2008
Hjälpmedel: utdelad formelsamling, miniräknare (inte Physics Handbook!)

Var noga med att tydligt redovisa uträkningar och att ge motiveringar till alla svar (om inget annat sägs i uppgiften).

Maxpoäng är 32p. Betyg sätts utifrån kursens betygskriterier. Lycka till! MB

---

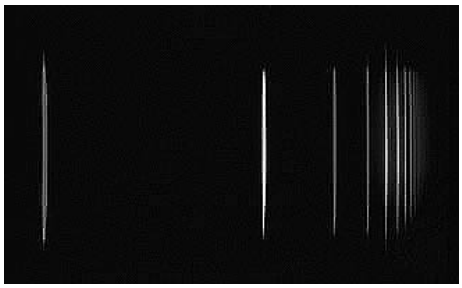
1. Betrakta ett två-tillståndssystem, t.ex. en spinn-1/2-partikel. Vi använder magnetfält för att böja partiklarnas banor. Ta uppställningen



med tre apparater A, B och A, varav den i mitten är roterad runt någon axel relativt de två andra.

a) Skriv uppställningen i "Feynman-notation" (dvs. $\left\{...\right\}$ ...). (1p)
b) Skriv det i Diracnotation (2p).
c) Stern och Gerlachs experiment 1922 använde silveratomer. Silveratomen har 47 elektroner. Förklara med några meningar varför det ändå är en rimlig approximation att betrakta det som ett två-tillståndssystem. Ledning: *gissa* något om silveratomens elektronskalsstruktur utifrån faktumet att beskrivningen fungerar bra! (1p)

2. Figuren visar den synliga delen av vätets absorptionsspektrum, den så kallade Balmerserien. Det kommer från elektroner som hoppar upp från näst lägsta energinivån i väteatomen.



1,89 eV 2,55 eV

a) Konstruera ett enkelt diagram av vätets energinivåer E_1, E_2 osv. , där du visar övergångarna med pilar. (1p)
b) Givet är $E_1 = -13,6$ eV och $E_2 = -3,40$ eV. Om vi vet att $E_n = -R/n^2$ för en konstant R, räkna ut R och fastställ att den stämmer med E_1, E_2, E_3 och E_4. (2p)
c) Förklara med några meningar vad som är speciellt kvantfysiskt med ett spektrum som ser ut så här, och hur det kunde ha sett ut om väteatomen beskrevs av klassisk fysik. (1p)

3. Ett allmänt tidsberoende tillstånd hos ammoniakmolekylen skrivs

$$|\psi(t)\rangle = c_1(t)|1\rangle + c_2(t)|2\rangle$$

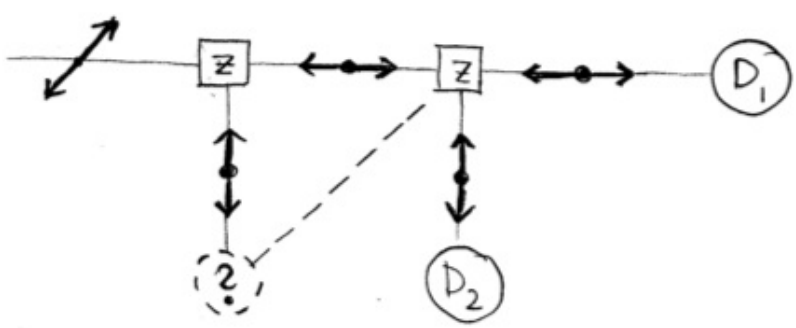
med koefficienterna $c_1(t)$ och $c_2(t)$ givna i formelsamlingen. Vi preparerar molekylen i tillstånd $|1\rangle$ vid tiden $t = 0$, och upprepar experimentet många gånger för att mäta sannolikheter.

a) Räkna ut vad konstanterna a och b i koefficienterna måste vara, och skriv ned $|\psi(t)\rangle$ i det här fallet. (1p)
Energitillstånden är

$$|I\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|1\rangle - |2\rangle\right)$$
$$|II\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|1\rangle + |2\rangle\right)$$

med energi $E_0 + A$ respektive $E_0 - A$.
b) Vad är sannolikheten $P(E_0 + A)$ att mäta energin $E_0 + A$ efter $t = (\pi/2)(\hbar/A)$? (1p)
c) Vad är sannolikheten $P(E_0 + A)$ att mäta energin $E_0 + A$ efter $t = \pi \cdot (\hbar/A)$? (1p)
d) Föreslå ett praktiskt sätt att ta reda på om tillståndet innan mätningen var $|1\rangle$ eller $|2\rangle$. (1p)

4. Betrakta ett kvantoptikexperiment där vi skickar diagonalpolariserade fotoner $|D\rangle$ en åt gången in i ett polarisationsfilter z, som ger ut horisontalpolariserade fotoner $|H\rangle$ åt höger i experimentet och vertikalpolariserade $|V\rangle$ nedåt i experimentet. Sedan har vi en till sådan apparat, och till slut två detektorer D_1 och D_2.



a) Skriv ned amplituden (dvs. sätt inte in några tal, bara den abstrakta amplituden i Dirac-notation) för att mäta fotoner i D_2 om vi *mäter* fotonerna vid frågetecknet och inte leder

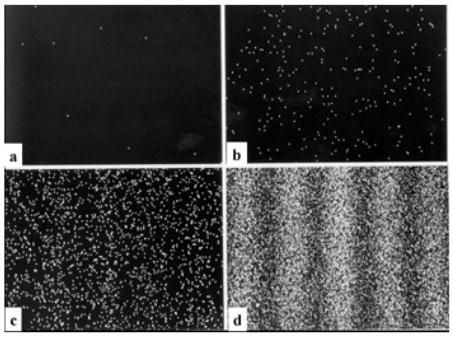
dem vidare efter den streckade linjen. (1p)
b) Samma fråga om vi *inte* mäter fotonerna vid frågetecknet utan reflekterar dem enligt den streckade linjen in i den andra z-apparaten. (1p)
Antag

$$|D\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|H\rangle + |V\rangle\right)$$
$$|\bar{D}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|H\rangle - |V\rangle\right)$$

c) Om vi skickar in 100 diagonalpolariserade fotoner i experimentet, hur många fotoner förutsäger du kommer att uppmätas i detektor D_2, i fallet a? i fallet b? (2p)
d) Kommer din förutsägelse att exakt stämma med experimentresultatet? Förklara. (1p)

5. Dubbelspaltexperimentet med elektroner gjort på Hitachi gav bilden till höger. (Det kan vara svårt att se det, men den första bilden **a** har några små prickar.)

Bilderna är förstorade. Om du vet att hela bilden **d**) motsvarar 1μm bredd på skärmen i experimentet, att "spaltavståndet" är 1mm och att det är 1m från spalt till skärm, räkna ut elektronernas våglängd. Förklara tydligt hur du får ut det: inte bara formler utan skriv några meningar och rita en skiss av en ett dubbelspaltexperiment. Ingen relativitetsteori behövs. (4p)

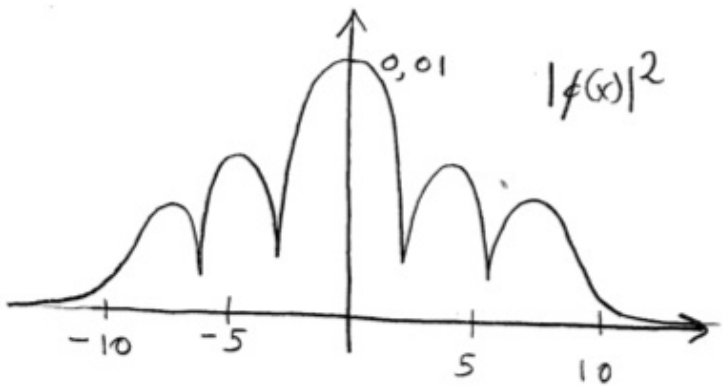


6. Betrakta en experimentuppställning som Hitachiexperimentet, men låt oss dessutom säga att effekten hos elektronkanonen är 1 mW. a) Räkna ut hur långt elektronerna rör sig (betrakta dem som fria partiklar) på en sekund. Ingen relativitetsteori behövs. Har vi *koincidens*? Med andra ord, kan elektronerna i t.ex. första bilden **a** ha kommit *alla samtidigt*, så interferensmönstret vi ser i bild **d** uppstår av interferens mellan *olika* elektroner? (1p)
b) Förklara med några meningar varför koincidens är ett viktigt koncept i kvantfysikexperiment i allmänhet, inte bara detta. (1p)

7. Vi studerar Schrödingerekvationen i en dimension, med en ändlig potentialgrop $V(x)$. Betrakta följande vågfunktion:

$$\psi(x,t) = \phi(x)e^{-\frac{i}{\hbar}Et} \tag{1}$$

där $|\phi(x)|^2$ är given av grafen



Antag att den är korrekt normerad. Maxvärdet på den vertikala axeln är 0,01.

a) Vad kan du sluta dig till om potentialens värde $V(x > 10)$ i området $x > 10$ jämfört med partikelns energi E? Vad kallas det området och varför kallas det det? (2p)
b) Är vågfunktionen $\psi(x, t)$ stationär? Är den tidsberoende? (1p)
c) Uppskatta från grafen sannolikheten att hitta partikeln i intervallet $x = 0$ till $x = 5$. Det behöver inte vara speciellt exakt, men visa hur du gör. (1p)
d) Uppskatta från grafen sannolikheten att hitta partikeln i $x > 10$. (1p)

8. Redogör för något av följande koncept, och förklara vad det har att göra med kvantfysik. Max en sida (räknat med normalstor handstil och kanske någon skiss). Poäng ges efter *djup* i beskrivningen. För maxpoäng krävs att först säga hur det hänger ihop med vad vi lärt oss, men visa att du läst lite bortom det, och samtidigt undvika att skriva något som är fel. Du får välja fler än ett koncept, men du får mer poäng för att beskriva ett ordentligt än två ytligt. (4p)

- Neutronstjärnor
- Laser i CD-spelare
- Halvledare i kretskort
- Snärjelse
- Kvantdatorer