# Tentamen, Kvantfysikens principer, FK2003, 7,5hp

Tid: 9.00-14.00, måndag 14/3 2011
Hjälpmedel: utdelad formelsamling, miniräknare (inte Physics Handbook!)

Var noga med att tydligt redovisa uträkningar och att ge motiveringar till alla svar (om inget annat sägs i uppgiften).
Maxpoäng är 100p. Betyg sätts utifrån kursens betygskriterier. Lycka till! MB

---

**1.** Tänk dig ett framtida datorchip som är 1 $\mu$m stort och har detaljer av storleksordningen 10 nm, som vi skulle vilja kunna avbilda med ett elektronmikroskop för att se hur bra det är etsat. Elektronerna avges från en källa (ett wolfram-filament) i mikroskopet, och ett galler vid positiv elektrisk potential sitter nedanför källan så att elektronerna accelereras genom gallret ned mot objektet. Svaren behöver inte vara extremt noggranna, bara rätt storleksordning. Du behöver inte använda någon relativitetsteori.

a) Vilken spänningsskillnad (elektrisk potential) $\Delta V$ skall vi ställa in, i volt? (Ledning: elektrisk potentiell energi $E_{\text{pot}} = q\Delta V$, där $q$ är laddningen.) (5p)

b) Varför använder vi inte bara ljuspartiklar, *fotoner*, av samma våglängd? Tänk på att objektet kan vara känsligt, och jämför en sådan fotons energi med elektronens rörelseenergi. Ledning: våghastighet $v = \omega/k$, och ljushastigheten $c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s. (5p)

c) När vi försöker lägesbestämma detaljerna, vad blir obestämdheten i rörelsmängden? (5p)

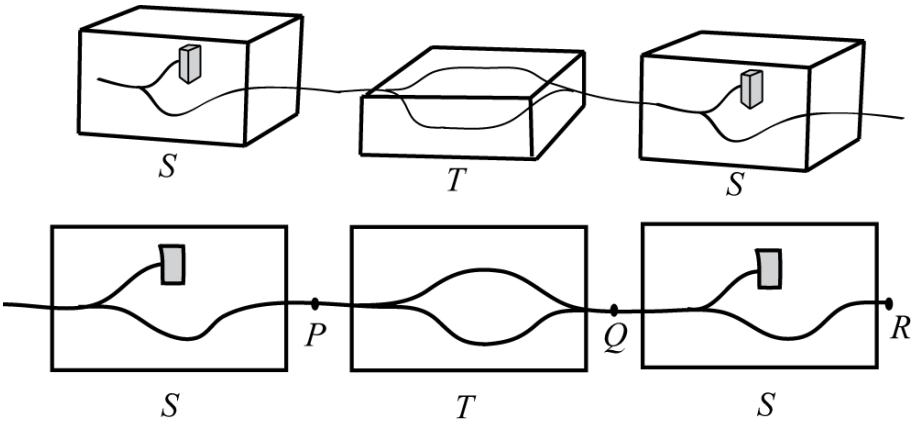
d) Tror du att det går att mäta det du räknat ut i uppgift c)? (5p)

**2.** Betrakta en elektron med massa $m$ som bara kan röra sig i en dimension och hålls fast av en kraft med potentiella energin $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$, där $\omega$ är konstant. Detta kallas en *harmonisk oscillator*.
a) Visa att

$$\phi(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} e^{-m\omega x^2/(2\hbar)}$$

är en lösning till tidsoberoende Schödingerekvationen, och beräkna därigenom energin $E$ i det här tillståndet om $\omega = 10^{12}$ radianer/sekund. Energin skall uttryckas i elektronvolt. (8p)
b) Förklara, med hjälp av någon eller några formler i formelsamlingen, vad skillnaden är på tidsberoende och tidsoberoende Schrödingerekvationen. Vilken är mer "fundamental", dvs. vilken är det som vi brukar härleda den andra från? (5p)
c) Är tillståndet i uppgift a stationärt? (2p)

**3.** Betrakta ett Stern-Gerlach-experiment. Den övre bilden visar hur det ser ut i tre dimensioner, den andra bilden är en plan skiss där det är underförstått att $T$ är roterad en vinkel $\phi$ runt strålriktningen relativt $S$ (i bilden $\phi = 90°$, men du får inte anta det i uppgiften nedan).




a) I punkt P har vi filtrerat fram tillståndet $|-S\rangle$, utan någon andel $|+S\rangle$. Vad kallas ett sådant tillstånd? (5p)

b) Vad är amplituden för att komma från P till R? (Svara med den abstrakta amplituden i Dirac-formalism, inte något speciellt värde.) (5p)

c) Givna är följande amplituder för tvåtillståndssystemet

$$\langle +T|+S\rangle = \cos\frac{\phi}{2}\ ,\ \langle +T|-S\rangle = \sin\frac{\phi}{2}\ ,$$
$$\langle -T|+S\rangle = -\sin\frac{\phi}{2}\ ,\ \langle -T|-S\rangle = \cos\frac{\phi}{2}\ .$$

Vad är sannolikheten att komma från P till R, som en funktion av vinkeln $\phi$? (5p)

Om vi har 5 000 partiklar i punkt P och $\phi = 45°$ ($\pi/4$ radianer), hur många skulle vi se om vi mätte vid

d) punkt R? (5p)

e) punkt Q? (5p)

f) Om vi bara skickar in 1 partikel i experimentet från vänster, vad kan vi med säkerhet säga om mätresultatet i punkten R? (5p)

**4.** Betrakta den pyramidformade ammoniakmolekylen $NH_3$ som ett kvantmekaniskt tvåtillståndssystem, med bastillstånden "kväve upp" som vi kallar $|1\rangle$ och "kväve ned" som vi kallar $|2\rangle$. Den så kallade övergångsenergin är $A = 10^{-4}$ eV.

a) Om vi preparerar systemet med kväve upp och nollställer klockan, lös tidsberoende Schrödingerekvationen, dvs. bestäm $c_1(t)$ och $c_2(t)$ i

$$|\psi(t)\rangle = c_1(t)|1\rangle + c_2(t)|2\rangle$$

a) vad är sannolikheten att mäta "kväve ned" efter tiden $t = \pi\hbar/(4A)$? Antag att vi har mycket snabb mätutrustning som kan mäta med i princip godtyckligt små tidsintervall. (7p)

b) Beskriv tillståndet systemet befinner sig i efter tiden $t = \pi\hbar/(4A)$; hur "ser ammoniakmolekylen ut" i det tillståndet? Kan man förutsäga resultatet av en mätning av systemets

energi vid den här tidpunkten? (7p)

c) Om vi istället mäter energin hos systemet med mätutrustning som har noggrannhet på en millisekund, hur kan mätserien se ut? Hur tolkar du det fysikaliskt? (6p)

**5**. Redogör för skillnaden mellan *klassisk korrelation* och *kvantkorrelation*. Använd följande tre exempel. (15p totalt)

a) Två fotbollsspelare skjuter varsin fotboll mot varandra. Bollarna träffar varandra, den ena flyger till ena sidlinjen och den andra till andra sidlinjen. Mäter man den ena rotationsriktningen efter kollision, vad vet man om det andra? Spelar det någon roll i vilken riktning man mäter rotationen, eller huruvida man mäter rotationen hos den andra bollen?

b) Tränaren tar fram laborationsutrustning och skickar två snärjda elektroner, en med spinn upp i $z$-led och en med spinn ned, från mittcirkeln, den ena till ena sidlinjen och andra till andra sidlinjen. Den ena linjedomaren bestämmer i sista sekund, efter att elektronerna har skickats ut, att han skall mäta spinnet i $y$-led istället för i $z$-led. Påverkar det den andra linjedomarens mätning av spinnet i $z$-led på andra sidlinjen?

c) Påverkar det resultaten om den ena linjedomaren först separerar spinnen i $z$-led med en modifierad Stern-Gerlach-apparat, sedan ändå mäter dem i $y$-led?