Tentamen, Kvantfysikens principer, FK2003, 7,5hp

Tid: 17.00-22.00, tisdag 21/12 2010
Hjälpmedel: utdelad formelsamling, miniräknare (inte Physics Handbook!)

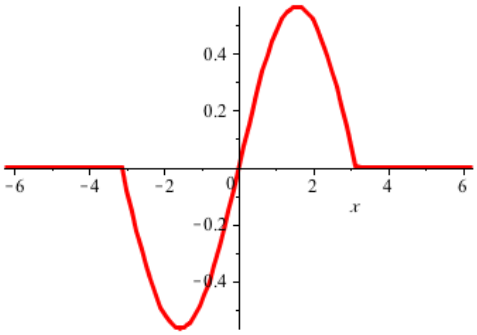
Var noga med att tydligt redovisa uträkningar och att ge motiveringar till alla svar (om inget annat sägs i uppgiften).
Maxpoäng är 100p. Betyg sätts utifrån kursens betygskriterier. Lycka till! MB

---

1. Ge en uppskattning av obestämdheten i hastighet hos elektronen i en väteatom. (10p)

2. En partikel beskrivs av en vågfunktion $\psi(x)$,

$$\psi(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\pi}}\sin(x) & \text{om } -\pi < x < \pi \\ 0 & \text{annars.} \end{cases}$$



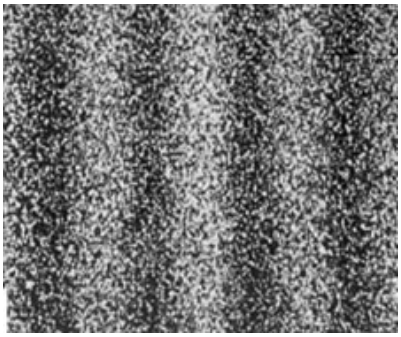
För nedanstående intervall, vad är sannolikheten att hitta partikeln i intervallet? (Ledning: du behöver inte utföra någon integral.)

a) $-\pi < x < \pi$ (5p)
b) $0 < x < \pi$ (5p)
c) $-200\pi < x < -10\pi$ (5p)

3. Betrakta ett dubbelspaltexperiment med elektroner. Med bägge spalterna öppna får man mörka band på skärmen, som i bilden nedan, när man låtit experimentet gå ett tag.

a) Vi gör experimentet igen, men nu kopplar vi in en liten skjutbar dörr som täcker för hål 1 när första elektronen kommer, sedan hål 2 när andra elektronen kommer, sedan hål 1 igen, och så vidare. Beskriv vad vi ser nu på skärmen. Vilken regel använder du? (5p)

b) Förklara varför dubbelspaltexperimentet med elektroner (som först gjordes i Tübingen 1961) är kvantfysik medan dubbelspaltexperimentet med ljus (som först gjordes i Cambridge 1801) är klassisk fysik. (5p)



c) Om det är givet spaltavståndet $10\,\mu$m, avstånd spalt till skärm 1 m, och att *hela* bilden till höger motsvarar 1 mm bredd på skärmen (dvs. bilden är förstorad) vad är elektronernas våglängd? Förklara hur du kommer fram till det i termer av vägskillnad från de två hålen till en given punkt x på skärmen. (5p)

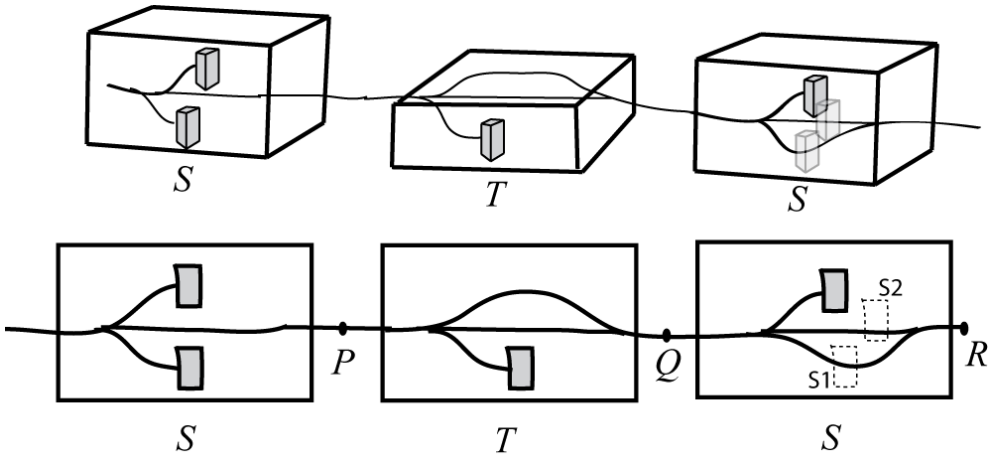
d) Elektronerna som kommer mot spalten i föregående deluppgift har accelererats över en elektrisk potentialskillnad $\Delta V = 1$ V. Elektrisk potentiell energi ges av $E_{\text{el}} = q\Delta V$ där q är laddningen. Bestäm Plancks konstant h från de här experimentdata. (5p)

4. Betrakta ammoniakmolekylen NH_3, där "kväveatom upp" är $|1\rangle$ och "kväveatom ned" är $|2\rangle$. Givet det här tillståndet vid tiden $t = 0$

$$|\psi(t=0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(2|1\rangle + |2\rangle\right) \ , \tag{1}$$

a) lös tidsberoende Schrödingerekvationen, dvs. bestäm konstanterna a och b i formelsamlingen och ange vad $|\psi(t)\rangle$ är för alla t. (5p)
b) Är tillståndet stationärt? Förklara vad stationärt betyder. (3p)
c) Vad är $\langle 1|\psi(t)\rangle$, dvs. sannolikhetsamplituden att mäta tillstånd $|1\rangle$ efter tiden t? (5p)
d) Antag $A = 1$ eV. Vad är sannolikheten att mäta tillstånd $|1\rangle$ efter $t = 10^{-9}$ s? (5p)

5. Betrakta följande Stern-Gerlach-experimentuppställning för ett tretillståndssystem:



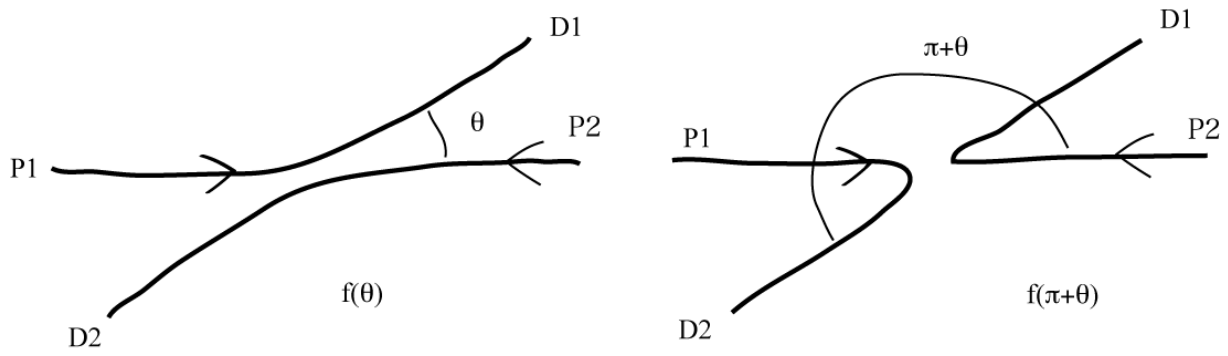
Den övre bilden visar hur det "egentligen" ser ut, den andra bilden är en skiss där det är underförstått att T är roterad en vinkel ϕ runt strålriktningen relativt S (i bilden $\phi = 90°$). Givet är att bastillstånden är relaterade som Feynman ger:

$$\begin{aligned}
|+T\rangle &= \tfrac{1}{2}(1+\cos\phi)|+S\rangle + \tfrac{1}{\sqrt{2}}\sin\phi\,|0S\rangle + \tfrac{1}{2}(1-\cos\phi)|-S\rangle \\
|0\,T\rangle &= -\tfrac{1}{\sqrt{2}}\sin\phi|+S\rangle + \cos\phi|0\,S\rangle + \tfrac{1}{\sqrt{2}}\sin\phi|-S\rangle \\
|-T\rangle &= \tfrac{1}{2}(1-\cos\phi)|+S\rangle - \tfrac{1}{\sqrt{2}}\sin\phi|0\,S\rangle + \tfrac{1}{2}(1+\cos\phi)|-S\rangle
\end{aligned}$$

a) Låt oss sätta ett "stopp" i S1, dvs. i understa strålen i sista apparaten. Vad är sannolikhetsamplituden att få ut $|0S\rangle$ i punkt R? Vi kallar det här "kanalen $|0S\rangle$". (5p)
b) Vad är sannolikhetsamplituden för "kanalen $|-S\rangle$", dvs. om vi sätter "stopp" i mittersta strålen vid S2 istället för S1? (5p)
c) Om vi kopplar in en detektor till var och en av de två ovan nämnda kanalerna separat, vad är totala sannolikheten att få ut någon partikel i R, som funktion av ϕ? (7p)
d) Med de två kanalerna, hur många partiklar får man ut i R om man har 2000 partiklar i P, för $\phi = 60°$? Ge också ett exempel på en sekvens av vad man kan få för resultat för de

första 10 partiklarna som man skickar in. (Ledning: $60° = \pi/3$ radianer) (5p)

6. Acceleratorn Large Hadron Collider vid CERN utanför Genève sprider protoner mot varandra. Detektorn är en 25 meter hög cylinder med protonstrålen i mitten utefter cylinderaxeln. Betrakta spridning av protonerna P1 och P2 till detektorpunkterna D1 och D2, med två möjliga vägar, som vi tillskriver sannolikhetsamplituderna $f(\theta)$ och $f(\pi + \theta)$ enligt figuren:



a) Vilket av följande alternativ ger sannolikhetstätheten? (5p)
1) $P = |f(\theta)|^2 + |f(\pi - \theta)|^2$
2) $P = |f(\theta) + f(\pi - \theta)|^2$
3) $P = |f(\theta) - f(\pi - \theta)|^2$

b) Vad kan du säga om P för $\theta = 90°$, när bägge vägarna leder till samma sluttillstånd för protonerna P1 och P2? Förklara varför det räknas som samma sluttillstånd. (5p)

c) Beskriv hur man kan "mäta" $f(\theta)$. Från din beskrivning skall framgå svar på följande frågor: kan man mäta $f(\theta)$ direkt? Kan man få ett exakt svar? (5p)