2010-11-02

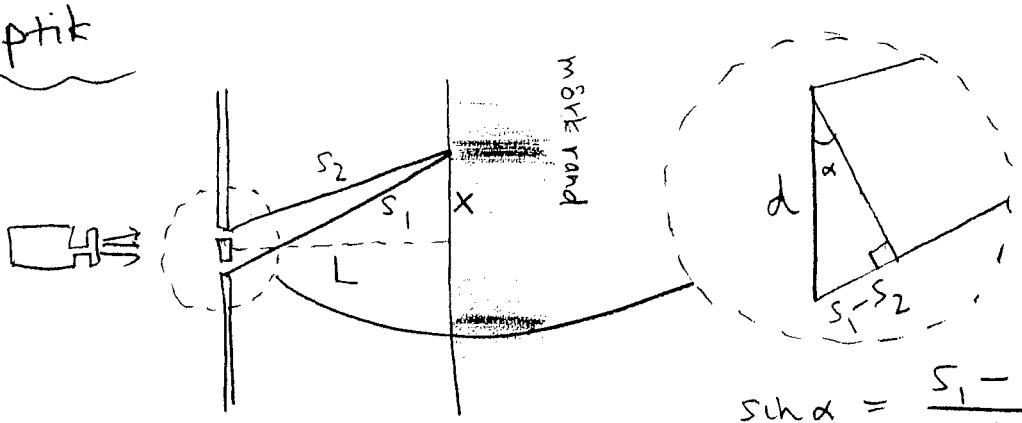
Kvantfysikens principer, 1

Klassisk fysik (→ 1900) mekanik, optik, ...
Modern fysik (1900 →)

Repetition: klassisk fysik

- Kompendium s. 8-22
- PhET: animeringar (Länkar på hemsida)

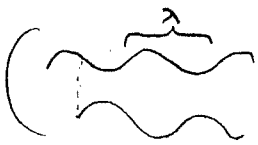
Optik



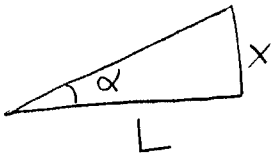
$$\sin\alpha = \frac{s_1 - s_2}{d}$$

Första mörka randen: $s_1 - s_2 = \frac{\lambda}{2}$

så $\sin\alpha = \frac{\lambda}{2d}$



destruktiv interferens



$$\tan\alpha = \frac{x}{L}$$

Små α: $\tan\alpha \approx \alpha$, $\sin\alpha \approx \alpha$ $\Rightarrow$ $\frac{x}{L} \approx \frac{\lambda}{2d}$

$$\lambda = \frac{2d \cdot x}{L}$$

(Tenta 080706, Uppg. 5)

Komplexa tal

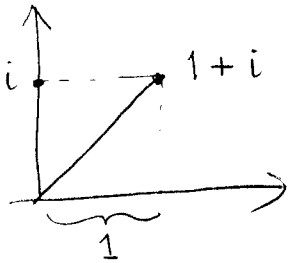
Historik: vi vill lösa t.ex $x^2+1=0$

$x=\sqrt{-1}$?

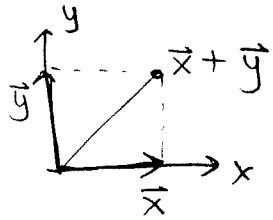
kalla detta "i", den "imaginära enheten"

dvs i är definierat så att $i^2=-1$.

För oss är det viktiga med "i" att det inte kan uttryckas i något reellt (vanligt) tal, ungefär som en basvektor i y-riktning inte kan uttryckas i en basvektor i x-riktningen, dvs. i är en "ny riktning" vinkelrätt mot den vanliga tallinjen, vilket bildar <u>komplexa talplanet</u>.

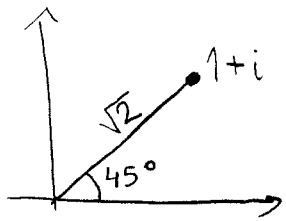


(jfr.



)

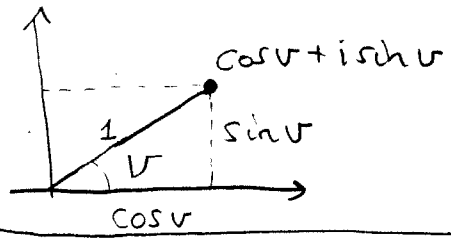
Vi kan skriva om i polära koordinater:



längd $=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

vinkel $=\arctan 1 = 45°$

Om vi tar längd 1, men godtycklig vinkel:



Eulers formel: $\boxed{e^{iv} = \cos v + i \sin v}$

(plugga in!)

Kul användning: (detaljerna ej viktiga att minnas):

Definiera Re = realdel (det som <u>inte</u> har "i")
Im = imaginärdel (det som <u>har</u> "i")

och kom ihåg att $e^{a+b} = e^a \cdot e^b$.

Då får vi "gratis" additionsformeln för t.ex cosinus:

$$e^{ix+iy} = e^{ix} \cdot e^{iy}$$

$$\mathrm{Re}\, e^{ix+iy} = \mathrm{Re}\, e^{ix} e^{iy}$$

$$\cos(x+y) = \mathrm{Re}\left[(\cos x + i \sin x)(\cos y + i \sin y)\right]$$

$$= \mathrm{Re}\left[\cos x \cos y + i \cos x \sin y + i \sin x \cos y + i^2 \sin x \sin y\right]$$

$i^2 = -1$

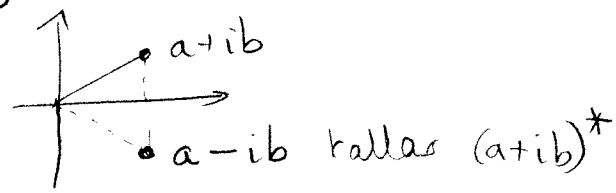
"Re" plockar bort biten som har "i", så kvar blir:

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y.$$

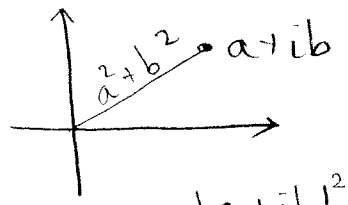
Den här härledningen är bara för att visa att komplexa tal är ett smidigt sätt att räkna på. För oss hjälper det med väg-räkningar.

Regler: antag a, b vanliga reella tal

- "Komplexkonjugering":
  reflektion,
  byt tecken på i-biten



- "Absolutbelopp"
  "längden"



$|a+ib|^2 = a^2+b^2$

kan fås som
$|a+ib|^2 = (a+ib)\cdot(a+ib)^*$ (prova!)

Ex:

$$(e^{ia})^* = (\cos a + i\sin a)^* = \cos a - i\sin a$$
$$= \cos(-a) + i\sin(-a)$$
$$= e^{-ia}$$

Eulers formel

$\cos(-x) = \cos x$
$\sin(-x) = -\sin x$

Nästa gång:

mer om vågor och komplexa tal.